



Integrado em Química Matemática Aula 4

Prof. Guilherme Sada Ramos

Instituto Federal de Santa Catarina/ Câmpus Criciúma

19 de abril de 2021



INSTITUTO FEDERAL
Santa Catarina



Progressões Geométricas (PG's)



Progressões Geométricas (PG's)

Sequência numérica em que, a partir do segundo termo, cada termo obtido pelo **produto** do anterior com um mesmo número, chamado de *razão da PG*.



Progressões Geométricas (PG's)

Sequência numérica em que, a partir do segundo termo, cada termo obtido pelo **produto** do anterior com um mesmo número, chamado de *razão da PG*.

Exemplos:

$$(3, 6, 12, 24, \dots)$$

$$(-3, -1, -\frac{1}{3}, \dots)$$

$$(1, -3, 9, -27 \dots)$$

$$(\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{8}, -\frac{1}{16} \dots)$$



Progressões Geométricas (PG's)

Sequência numérica em que, a partir do segundo termo, cada termo obtido pelo **produto** do anterior com um mesmo número, chamado de *razão da PG*.

Exemplos:

$$(3, 6, 12, 24, \dots) \quad q = 2$$

$$\left(-3, -1, -\frac{1}{3}, \dots\right)$$

$$(1, -3, 9, -27 \dots)$$

$$\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{8}, -\frac{1}{16} \dots\right)$$



Progressões Geométricas (PG's)

Sequência numérica em que, a partir do segundo termo, cada termo obtido pelo **produto** do anterior com um mesmo número, chamado de *razão da PG*.

Exemplos:

$$(3, 6, 12, 24, \dots) \quad q = 2$$

$$\left(-3, -1, -\frac{1}{3}, \dots\right) \quad q = \frac{1}{3}$$

$$(1, -3, 9, -27 \dots)$$

$$\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{8}, -\frac{1}{16} \dots\right)$$



Progressões Geométricas (PG's)

Sequência numérica em que, a partir do segundo termo, cada termo obtido pelo **produto** do anterior com um mesmo número, chamado de *razão da PG*.

Exemplos:

$$(3, 6, 12, 24, \dots) \quad q = 2$$

$$\left(-3, -1, -\frac{1}{3}, \dots\right) \quad q = \frac{1}{3}$$

$$(1, -3, 9, -27 \dots) \quad q = -3$$

$$\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{8}, -\frac{1}{16} \dots\right)$$



Progressões Geométricas (PG's)

Sequência numérica em que, a partir do segundo termo, cada termo obtido pelo **produto** do anterior com um mesmo número, chamado de *razão da PG*.

Exemplos:

$$(3, 6, 12, 24, \dots) \quad q = 2$$

$$(-3, -1, -\frac{1}{3}, \dots) \quad q = \frac{1}{3}$$

$$(1, -3, 9, -27 \dots) \quad q = -3$$

$$(\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{8}, -\frac{1}{16} \dots) \quad q = -\frac{1}{2}$$



Lei geral de recorrência de uma PG

$$\begin{cases} a_1 = k, & k \neq 0 \\ a_n = a_{n-1} \cdot q, & n \geq 2 \end{cases}$$



Lei geral de recorrência de uma PG

$$\begin{cases} a_1 = k, & k \neq 0 \\ a_n = a_{n-1} \cdot q, & n \geq 2 \end{cases}$$

Sempre que, para todo $n \geq 2$:

- $a_n > a_{n-1} \Leftrightarrow q > 1$ e $a_1 > 0$ ou $0 < q < 1$ e $a_1 < 0$,
a PG é CRESCENTE.
- $a_n > a_{n-1} \Leftrightarrow 0 < q < 1$ e $a_1 > 0$ ou $q > 1$ e $a_1 < 0$,
a PG é DECRESCENTE.
- $a_n = a_{n-1} \Leftrightarrow q = 1$,
a PG é CONSTANTE.

- $a_1 > a_2 < a_3 > a_4 < \dots > \dots$

ou $a_1 < a_2 > a_3 < a_4 > \dots < \dots \Rightarrow q < 0$,
a PG é OSCILANTE.



Propriedade fundamental

Se a sequência de 3 termos (a, b, c) é uma PG, então o termo do meio (em módulo) é média geométrica dos termos extremos (em módulo).



Propriedade fundamental

Se a sequência de 3 termos (a, b, c) é uma PG, então o termo do meio (em módulo) é média geométrica dos termos extremos (em módulo).

$$b = \pm\sqrt{ac}$$

$$b^2 = ac$$



Propriedade fundamental

Se a sequência de 3 termos (a, b, c) é uma PG, então o termo do meio (em módulo) é média geométrica dos termos extremos (em módulo).

$$b = \pm\sqrt{ac}$$

$$b^2 = ac$$

Representação especial

Se a sequência de 3 termos (a, b, c) é uma PG, podemos denotar:



Propriedade fundamental

Se a sequência de 3 termos (a, b, c) é uma PG, então o termo do meio (em módulo) é média geométrica dos termos extremos (em módulo).

$$b = \pm\sqrt{ac}$$

$$b^2 = ac$$

Representação especial

Se a sequência de 3 termos (a, b, c) é uma PG, podemos denotar:

- $a = \frac{x}{q}$
- $b = x$
- $c = xq$

PG de 5 termos: $(\frac{x}{q^2}, \frac{x}{q}, x, xq, xq^2)$



Exemplo: Calcule o valor de x para que a sequência $(x - 5, x + 1, x + 19)$ seja uma PG.

Exemplo: Se a soma de 3 termos em PG é $\frac{35}{2}$ e o produto entre os mesmos é 125, determine os 3 termos.



Exemplo: Calcule o valor de x para que a sequência $(x - 5, x + 1, x + 19)$ seja uma PG. $x = 8$

Exemplo: Se a soma de 3 termos em PG é $\frac{35}{2}$ e o produto entre os mesmos é 125, determine os 3 termos.



Exemplo: Calcule o valor de x para que a sequência $(x - 5, x + 1, x + 19)$ seja uma PG. $x = 8$

Exemplo: Se a soma de 3 termos em PG é $\frac{35}{2}$ e o produto entre os mesmos é 125, determine os 3 termos. $\frac{5}{2}, 5$ e 10



Termo geral da PG

$$a_n = a_k \cdot q^{n-k}$$

Considerando a_k como a_1 , temos:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$



Exemplo: Em uma PG, o primeiro termo é 3 e a razão é 4. Calcule o 5º e o 12º termos dessa PG.

Exemplo: Calcule a_8 na PG $(-1, 2, 4, -8 \dots)$.



Exemplo: Em uma PG, o primeiro termo é 3 e a razão é 4. Calcule o 5º e o 12º termos dessa PG. $a_5 = 768$ $a_{12} = 3 \cdot 4^{11}$

Exemplo: Calcule a_8 na PG $(-1, 2, 4, -8 \dots)$.



Exemplo: Em uma PG, o primeiro termo é 3 e a razão é 4. Calcule o 5º e o 12º termos dessa PG. $a_5 = 768$ $a_{12} = 3 \cdot 4^{11}$

Exemplo: Calcule a_8 na PG $(-1, 2, 4, -8 \dots)$. $a_8 = -128$



Exemplo: O segundo termo de uma PG é 1, e o quinto termo é $\frac{1}{343}$. Determine a razão da PG.

Exemplo: Calcule quantos termos tem a sequência $(\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \dots, \frac{2048}{3})$.



Exemplo: O segundo termo de uma PG é 1, e o quinto termo é $\frac{1}{343}$. Determine a razão da PG. $q = \frac{1}{7}$

Exemplo: Calcule quantos termos tem a sequência $(\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \dots, \frac{2048}{3})$.



Exemplo: O segundo termo de uma PG é 1, e o quinto termo é $\frac{1}{343}$. Determine a razão da PG. $q = \frac{1}{7}$

Exemplo: Calcule quantos termos tem a sequência $(\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \dots, \frac{2048}{3})$. $n = 13$



Exercícios

- 1) Determine o valor de x para que a sequência $(x + 1, x + 6, 2x + 12, \dots)$ seja uma PG.
- 2) A soma dos quadrados de 3 termos em PG é 91, e o produto entre os mesmos termos é 27. Calcule a razão da PG.
- 3) Calcule o 54^{o} termo da PG $(3, 6, 12, \dots)$.
- 4) Quantos termos tem a PG $(6144, 3072, 1536, \dots, 3)$?
- 5) Se $(x, 8, y, \dots)$ é uma PA e $(y, 8, x + 4, \dots)$ é uma PG, calcule os valores de x e y .



DESAFIO: Um químico tem 12 litros de álcool. Ele joga fora 3 litros de álcool e coloca no lugar 3 litros de água.

Da mistura que sobra, ele novamente joga 3 litros fora e troca por água novamente. Feita esta operação 5 vezes ao todo, qual a proporção de água e álcool temos na mistura?