Casos de fatoração

Em matemática temos os casos clássicos de fatoração, destacamos:

1) **QUADRADO DA SOMA DE DOIS TERMOS**

$$(a+\ b)^2=\ a^2+2ab+b^2$$

DIFERENÇA DE DOIS QUADRADOS

$$(a^2\ -\ b^2)\ =\ (a-b)(a\ +\ b)$$

QUADRADO DA DIFERENÇA DE DOIS TERMOS

$$(a-\ b)^2=\ a^2-2ab+b^2$$

O CUBO DA SOMA DE DOIS TERMOS

$$(x+y)^3=(x^3+3x^2y+3xy^2+y^3)$$

O CUBO DA DIFERENÇA DE DOIS TERMOS

$$(x-y)^3=(x^3-3x^2y+3xy^2-y^3)$$

A DIFERENÇA DE DOIS CUBOS

$$x^3-y^3=(x-y)(x^2+xy+y^2)$$

A SOMA DE DOIS CUBOS

$$x^3+y^3=(x+y)(x^2-xy+y^2)$$

A forma fatorada de qualquer equação quadrática a partir dos valores das raízes x’ e do x”

Temos que: $ax^2+bx\ +\ c\ =\ a(x-x')(x-x'')$

Uma equação cúbica: $ax^3+bx^2\ +\ cx+d\ =\ a(x-x')(x-x'')(x-x''')$

A forma fatorada de qualquer polinômio permite a sua simplificação.

Vamos ao seu questionamento

Professora, bom dia.

Eu fiquei em dúvida sobre sua forma como fatorou o polinômio na sua aula.

O Polinômio em questão foi

$$\frac{x^3-4x^2-7x+10}{x^2+2x-3}$$

Na divisão de polinômios vale a seguinte propriedade:

$$\begin{array}{l|l} P(x) & D(x) \\ \hline R(x) & Q(x) \end{array} \Rightarrow P(x) \equiv D(x) \times Q(x) + R(x)$$

$$\begin{array}{l|l} 10 & 5 \\ \hline 0 & 2 \end{array} \Rightarrow 10 = 5 \times 2 + 0$$

Em relação a fatoração de um polinômio ele é fatorado a partir de suas raízes.

Quando dividimos um polinômio pela representação de sua raiz na forma de (x-x') sempre teremos o resto zero.

Sempre que substituímos a raiz num polinômio o resto é zero.

No caso da divisão acima temos que:

$$\begin{array}{l|l} \cancel{x^3} - 4x^2 - 7x + 10 & x^2 + 2x - 3 \quad D \\ \hline -\cancel{x^3} - 2x^2 + 3x & x - 6 \quad Q \\ \quad -6\cancel{x^2} - 4x + 10 & \\ \quad +6\cancel{x^2} + 12x - 18 & \\ \quad\quad 8x - 8 \quad R & \end{array}$$

Pela identidade você escreve $x^3 - 4x^2 - 7x + 10 \equiv (x-6)(x^2+2x-3) + 8x - 8$ (de fato volta se você multiplicar e somar em $x^3 - 4x^2 - 7x + 10$, mas é o polinômio)

Porém na divisão com numero representação do $\frac{5}{3}$

$\frac{5}{3} \Rightarrow \begin{array}{l|l} 5 & 3 \\ \hline 2 & 1 \end{array} \Rightarrow \frac{5}{3} = 1 + \frac{2}{3} \Rightarrow Q + \frac{R}{D}$

$5 = 1 \times 3 + 2$ representação do $\frac{5}{3}$ no seu caso

Observe as representações

Então

$$\frac{x^3 - 4x^2 - 7x + 10}{x^2 + 2x - 3} = \underbrace{(x - 6)}_{Q(x)} + \underbrace{\frac{8x - 8}{x^2 + 2x - 3}}_{\frac{R}{D}}$$

→ Permanece $\frac{0}{0}$ pois 1 é raiz

$x^2 + 2x - 3 = 0$ suas raízes são $x' = 1$ e $x'' = -3$ então

$x^2 + 2x - 3 = (x-1)(x+3)$

$$= x - 6 + \frac{8(x-1)}{(x-1)(x+3)}$$

O que queremos é a representação da fração racional.

$$\frac{x^3-4x^2-7x+10}{x^2+2x-3} = (x-6) + \frac{8(x-1)}{(x-1)(x+3)}$$

Esta é uma forma de representação

logo $\lim_{x \to 1} (x-6) + \frac{8(\cancel{x-1})}{(\cancel{x-1})(x+3)}$

$$\lim_{x \to 1} 1-6 + \frac{8}{1+3} = -5 + \frac{8}{4} = -5+2 = -3$$

Vamos analisar a tua representação

Seu resultado deu uma soma com um quociente.

Fazendo uma extrapolação pra uma divisão comum.

10/2 = 5
Eu pego o 5 e multiplico por 2 que resulta 10.

Então pra tirar sua indeterminação não seria algo assim?

[(x - 6) * (x2 + 2x - 3) + 8x + 28]/ x2 + 2x - 3

arrumar aqui, eu arrumei em sala.

$[(x-6)(x^2+2x-3)+8x-8]/x^2+2x-3$ pode ser sim

$$\frac{[(x-6)(x^2+2x-3)+8x-8]}{x^2+2x-3}$$

olha a beleza da matemática, se você tem por exemplo.

$$\frac{(x-6)\cancel{(x^2+2x-3)}}{\cancel{x^2+2x-3}} + \frac{8x-8}{x^2+2x-3}$$

$$\frac{5+3}{2} = \frac{5}{2} + \frac{3}{2} \text{ certo?}$$

propriedade

sobra $x-6 + \frac{8(\cancel{x-1})}{(\cancel{x-1})(x+3)}$ volta em

$$\lim_{x \to 1} 1-6 + \frac{8}{1+3} = \lim_{x \to 1} -5 + \frac{8}{4} = -5+2 = -3$$

Muitos caminhos de dizer a mesma coisa, é bem interessante sua pergunta.

Você compreendeu o que eu fiz?